ПРОГРАММА

по приему вступительного экзамена в магистратуру
по направлению подготовки 01.04.01 «Математика»
по магистерской программе «Неклассические уравнения
математической физики»

Введение

В ходе вступительного испытания оцениваются знания и умения по разделам «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей», «Функции комплексного переменного»; выявляется степень сформирования компетенций, значимых для успешного обучения в магистратуре по данному направлению.

Критерии оценивания экзамена в магистратуру по направлению 01.04.01 Математика (магистерская программа Неклассические уравнения математической физики)

Экзамен проводится в виде теста. Тест содержит двадцать пять заданий с четырьмя вариантами ответов. Максимальное количество баллов за одно задание – 4. Выставляется соответственно:

– 4 балла выставляется за выбор правильного варианта ответа;

– 0 баллов выставляется, если выбран неправильный ответ;

– 0 баллов выставляется, если не выбран ни один ответ;

– 0 баллов выставляется, если выбраны два и более ответов в одном задании.

В итоге за 25 заданий максимальное количество баллов – 100.

На формирование ответа на тест дается 45 минут, в течении которых испытуемый может решать задания ручкой на черновике.

Содержание вступительного испытания

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Пределы числовых последовательностей и функций.
2. Непрерывность функций (одной и нескольких переменных).
3. Теорема Вейерштрасса. Теорема Больцано – Коши.
4. Дифференцируемость функций (одной и нескольких переменных).
5. Теорема об обратной функции.
6. Теорема о неявной функции.
7. Интеграл Римана. Теорема Ньютона-Лейбница.
8. Числовые ряды. Признаки сходимости рядов. Абсолютная и условная сходимость.
9. Функциональные последовательности и ряды; непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
10. Ряды Фурье.
11. Кратные интегралы. Сведение к повторным.
12. Криволинейные и поверхностные интегралы. Теорема Стокса (формулы Грина, Гаусса-Остроградского, Стокса).
13. Интеграл Лебега.
14. Банаховы и гильбертовы пространства.
15. Линейные ограниченные операторы.
16. Экстремумы с ограничениями равенствами. Принцип множителей Лагранжа.

АЛГЕБРА. ГЕОМЕТРИЯ.

1. Матрицы. Определители.
2. Многочлены. Основная теорема алгебры.
3. Линейные пространства (базис, размерность). Теорема о ранге матрицы.
4. Системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Метод Гаусса.
5. Евклидовы пространства. Ортогонализация.
6. Квадратичные формы – приведение к каноническому виду.
7. Классификация кривых и поверхностей второго порядка.
8. Дифференцируемые многообразия.

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ

1. Случайные события. Классическая формула вероятности.
2. Случайные величины. Законы распределения и формы их задания.
3. Числовые характеристики случайных величин.
4. Неравенство Чебышёва. Законы больших чисел.
5. Случайные процессы. Теорема Колмогорова.
6. Марковские процессы. (Марковские цепи, Диффузионные процессы).

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
3. Уравнения высших порядков и системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Задача Коши.
4. Линейные уравнения и системы. Фундаментальная система решений. Определитель Вронского.
5. Краевые задачи для уравнений второго порядка.
6. Уравнения в частных производных.
7. Вывод уравнения колебания струны.
8. Вывод уравнения теплопроводности.
9. Классификация уравнений второго порядка на плоскости
10. Формула Даламбера для решения уравнения колебаний бесконечной струны.
11. Метод Фурье для решения уравнения колебаний конечной струны.
12. Свойства гармонических функций

ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Функции комплексного переменного. Дифференцируемость, голоморфность.
2. Основные элементарные функции и конформные отображения.
3. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
4. Ряд Лорана.
5. Вычеты. Использование вычетов при вычислении интегралов.

Библиографический список

1. Архипов, Г.И., Садовничий, В.А., Чубариков, В.Н. Лекции по математическому анализу. – М., 2000.
2. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления. - М.: Наука, 1969. - 408 с.
3. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. Книга 1 и 2.
4. Владимиров B.C. Уравнения математической физики. Учебник для физич. и механико-математ. спец. вузов. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: Наука, 1981. — 512 с.
5. Воеводин, В.В. Линейная алгебра. – М., 1980.
6. Гнеденко, Б.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М., 1982.
7. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. 13-е изд., испр., М.: Изд-во ЧеРо, изд-во Московского университета, 1997. – 625 с.
8. Ильин, В.А., Позняк, Э.Г. Аналитическая геометрия. – М., 1968.
9. Ильин, В.А., Позняк, Э.Г. Линейная алгебра. – М., 1974.
10. Канатников А.Н., Крищенко А.П., Четвериков В.Н. Дифференциальное исчисление функций многих переменных. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. – 456 с.
11. Колмогоров, А.Н., Фомин, С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М., 1981.
12. Кострикин, А.И. Введение в алгебру. – М., 1977.
13. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа. – М., 1989.
14. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры . М.: Наука, 1975.
15. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973. – 407 с.
16. Люстерник Л. А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высш. школа, 1982. - 271 с.
17. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Высшая школа, 1967.— 565 с.
18. Моисеев Н.Н., ИваниловЮ.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. — М.: Наука, 1978. — 351 с.
19. Морозова, В.Д. Теория функций комплексного переменного. – М., 2000.
20. Понтрягин. Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения (4-е изд.). М.: Наука, 1974.
21. Пугачев, В.С. Теория вероятностей и математ. статистика. – М., 1979.
22. Севастьянов, Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М., 1982.
23. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
24. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977.
25. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. – М.: «Мир», 1987. — 304 с.